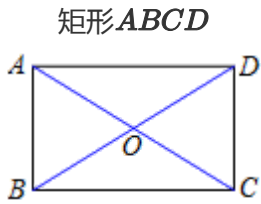


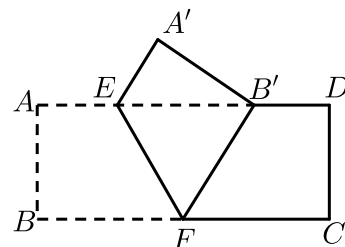
第2讲 矩形与菱形

一、矩形的性质

 矩形 $ABCD$	定义	有一个角是____的____叫做矩形。
	性质	矩形的对边____且____。 书写：
		矩形的四个角都是____。 书写：
		矩形的对角线____并且互相____。 书写：
	直角三角形斜边中线	直角三角形斜边上的中线等于斜边的____。

例题

- 如果矩形的一条对角线长为 8cm ，两条对角线的一个夹角为 120° ，则矩形的较短边长为（ ）。
A. 4cm B. $4\sqrt{2}\text{cm}$ C. $4\sqrt{3}\text{cm}$ D. 8cm
- 如图，把矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折，点 B 恰好落在 AD 边的 B' 处，若 $AE = 2$ ， $DE = 6$ ， $\angle EFB' = 60^\circ$ ，则矩形 $ABCD$ 的面积是（ ）。



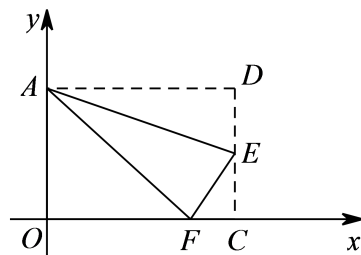
A. 12

B. 24

C. $12\sqrt{3}$

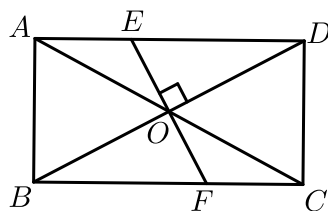
D. $16\sqrt{3}$

3. 如图，在平面直角坐标系中，长方形纸片的 AB 边在 y 轴上， BC 边在 x 轴上， B 与坐标原点重合，折叠长方形 $ABCD$ 的一边 AD ，使点 D 落在 BC 边的 F 处，折痕为 AE ，已知 A 点坐标为 $(0, 8)$ ， C 点坐标为 $(10, 0)$ 。
求： E 点坐标。



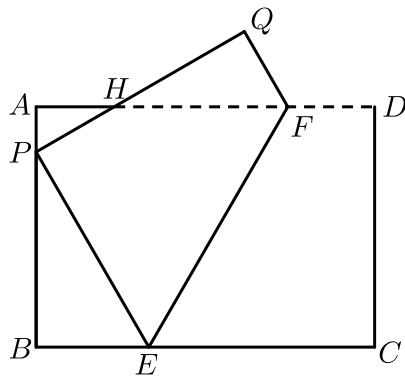
练习

4. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O ，过点 O 作 BD 的垂线分别交 AD ， BC 于 E ， F 两点。若 $AC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle AEO = 120^\circ$ ，则 FC 的长度为（ ）。



- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

5. 在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 3\sqrt{3}$ ， $BC = 6$ ，沿 EF 折叠后，点 C 落在 AB 边上的点 P 处，点 D 落在点 Q 处， AD 与 PQ 相交于点 H ， $\angle BPE = 30^\circ$ 。

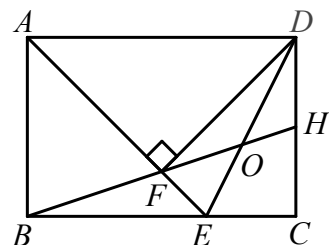


- (1) 求 BE ， QF 的长。
(2) 求四边形 $PEFH$ 的面积。

6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = \sqrt{2}AB$ ， AE 平分 $\angle BAD$ ， $DF \perp AE$ 于 F ， BF 交 DE 、 CD 于 O 、 H ，下列结论：

① $\angle DEA = \angle DEC$ ；② $BF = FH$ ；③ $OE = OD$ ；④ $BC - CH = 2EF$ 。

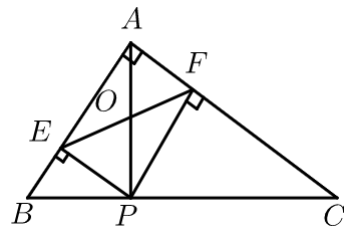
其中正确结论的个数是（ ）。



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

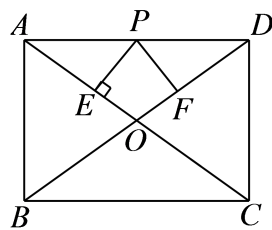
例题

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $AC = 8$ ， P 是斜边 BC 上一动点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ， EF 与 AP 相交于点 O ，则 OF 的最小值为（ ）。



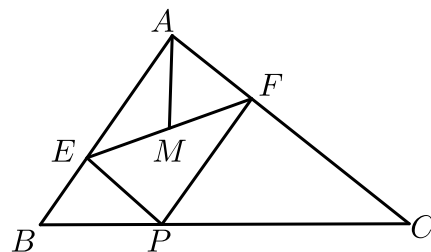
- A. 4.8 B. 1.2 C. 3.6 D. 2.4

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 4$ ， P 是 AD 上的一动点， $PE \perp AC$ ， $PF \perp BD$ ，垂足分别为 E ， F ，则 $PE + PF =$ _____。

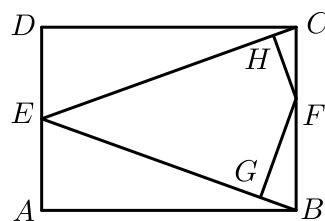


练习

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， P 为边 BC 上一动点（ P 不与 B 、 C 重合）， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ， M 为 EF 中点，则 AM 的取值范围是_____。



10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 2$ ，点 E 为 AD 中点，点 F 为 BC 边上任一点，过点 F 分别作 EB ， EC 的垂线，垂足分别为点 G ， H ，则 $FG + FH$ 为（ ）。



A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{2}\sqrt{10}$

C. $\frac{3}{10}\sqrt{10}$

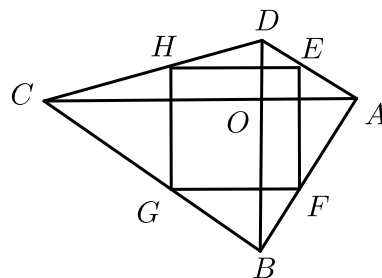
D. $\frac{3}{5}\sqrt{10}$

二、矩形的判定

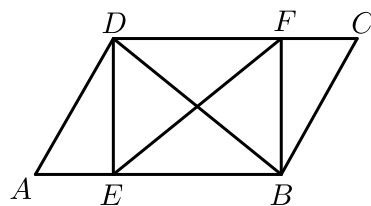
矩形$ABCD$	判定	有一个角是_____的_____是矩形。 书写：
		对角线_____的_____是矩形。 书写：
		有三个角是_____的_____是矩形。 书写：

|| 例题

11. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC \perp BD$ ，垂足为 O ，点 E 、 F 、 G 、 H 分别为边 AD 、 AB 、 BC 、 CD 的中点．若 $AC = 8$ ， $BD = 6$ ，则四边形 $EFGH$ 的面积为_____．

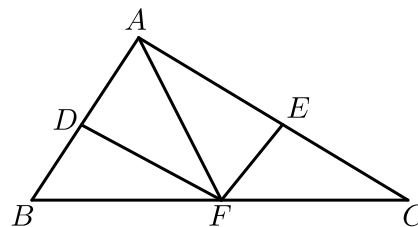


12. 在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上，且 $AE = CF$ ，连接 EF ， BD ．若 $EF = BD$ ，求证：四边形 $DEBF$ 为矩形．



|| 练习

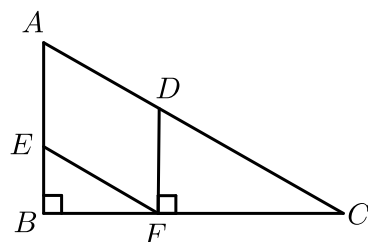
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 AC 、 BC 的中点，且 $BC = 2AF$ ．



- (1) 求证：四边形 $ADFE$ 为矩形．
- (2) 若 $\angle C = 30^\circ$ ， $AF = 2$ ，写出矩形 $ADFE$ 的周长．

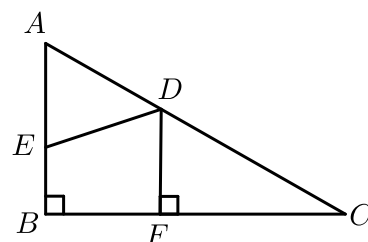
14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AC = 12\text{cm}$ ，点 E 从点 A 出发沿 AB 以每秒 1cm 的速度向点 B 运动，同时点 D 从点 C 出发沿 CA 以每秒 2cm 的速度向点 A 运动，运动时间为 t 秒（ $0 < t < 6$ ），过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F 。

- (1) 试用含 t 的式子表示 AE 、 AD 、 DF 的长。
 (2) 如图①，连接 EF ，求证四边形 $Aefd$ 是平行四边形。



图①

- (3) 如图②，连接 DE ，当 t 为何值时，四边形 $EBFD$ 是矩形？并说明理由。



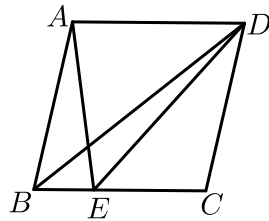
图②

三、菱形的性质

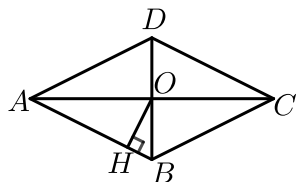
菱形$ABCD$	定义	有一组_____的_____叫做菱形。
	性质	菱形的四条边都____，菱形的对边_____。 书写：
		菱形的对角_____。 书写：
		菱形的两条对角线互相____，并且每一条对角线_____一组对角。 书写：
	面积	菱形的面积=_____ = _____

|| 例题

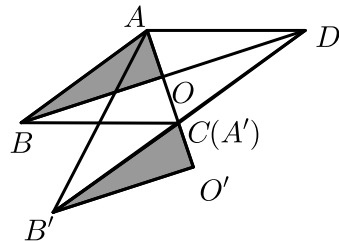
15. 如图， E 是菱形 $ABCD$ 的边 BC 上一点，且 $\angle DAE = \angle ABC = 80^\circ$ ，连接 BD ， DE ，那么 $\angle BDE$ 的度数为（ ）。



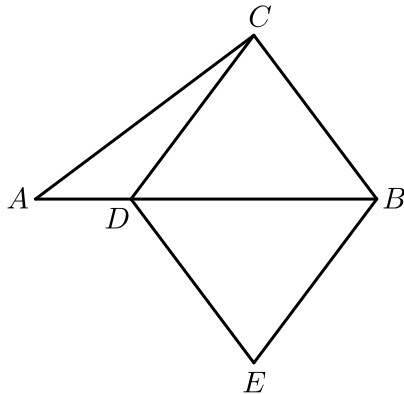
- A. 10° B. 15° C. 25° D. 30°
16. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，且 $AC = 8$ ， $BD = 6$ ，过点 O 作 $OH \perp AB$ ，垂足为 H ，则点 O 到边 AB 的距离 $OH =$ _____。



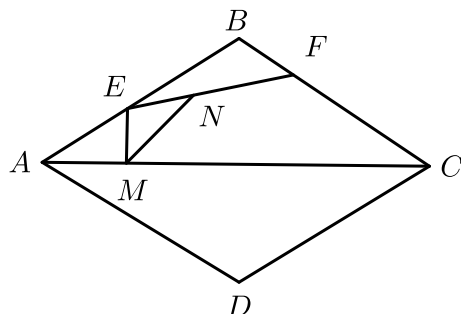
17. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 O ， $AC = 4$ ， $BD = 16$ ，将 $\triangle ABO$ 沿点 A 到点 C 的方向平移，得到 $\triangle A'B'O'$ 。当点 A' 与点 C 重合时，点 A 与点 B' 之间的距离为（ ）。



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12
18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ， D 为 AB 上一点，以 CD ， CB 为边作菱形 $CDEB$ ，则 AD 的长为 _____。

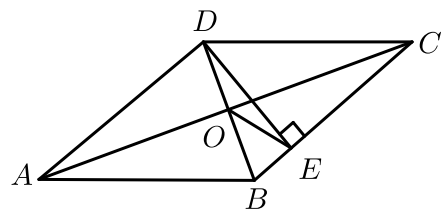


19. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为8， $\angle BAD = 60^\circ$ ，点 E 在 AB 上运动，点 F 在 BC 上运动（ E, F 两点可以和菱形的顶点重合），且 $EF = 4$ ，点 N 是线段 EF 的中点， $ME \perp AC$ 垂足为 M ，则 MN 的最小值是_____。

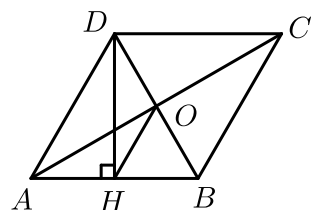


练习

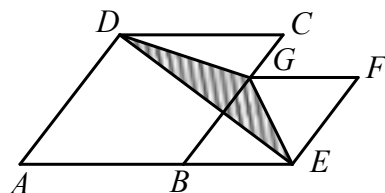
20. 如图，菱形 $ABCD$ 中， AC 交 BD 于点 O ， $DE \perp BC$ 于点 E ，连接 OE ，若 $\angle ABC = 140^\circ$ ，则 $\angle OED = ()$ 。



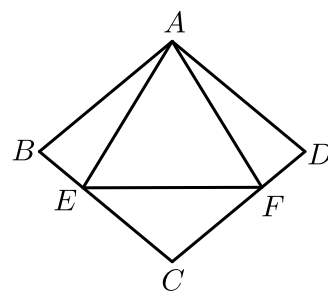
- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°
21. 如图，菱形 $ABCD$ 的周长为24，对角线 AC, BD 交于点 O ， $\angle DAB = 60^\circ$ ，作 $DH \perp AB$ 于点 H ，连接 OH ，则 OH 的长为()。



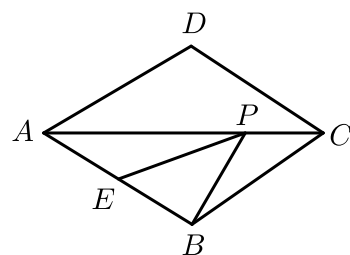
- A. 2 B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
22. 如图，菱形 $ABCD$ 和菱形 $BEFG$ 的边长分别为3和2， $\angle A = 60^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是_____。



23. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $\triangle AEF$ 是等边三角形，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上，且 $AB = AE$ ，则 $\angle B$ 等于 _____ $^\circ$ 。



24. 如图，菱形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ， E 是 AB 的中点， P 是对角线 AC 上的一个动点，则 $PE + PB$ 的最小值是 _____。

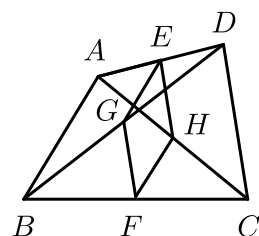


四、菱形的判定

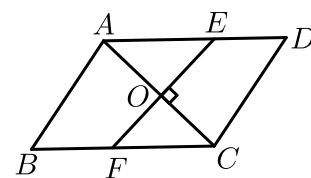
菱形$ABCD$	判定	一组邻边____的____是菱形。 书写：
		对角线互相____的____是菱形。 书写：
		四边____的____是菱形。 书写：

|| 例题

25. 如图，任意四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AD 、 BC 、 BD 、 AC 的中点，当四边形 $ABCD$ 满足条件 _____ 时，四边形 $EGFH$ 是菱形。（填一个使结论成立的条件）



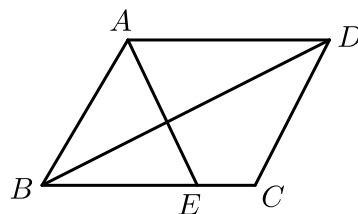
26. 在平行四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线 AC 的中点，过点 O 作 AC 的垂线与 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F 。



- (1) 求证： $AE = CF$.
 (2) 连接 AF 、 CE ，判断四边形 $AFCE$ 的形状，并说明理由 .

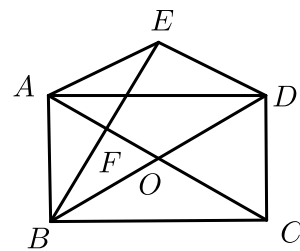
练习

27. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为 BC 边上的一点，连结 AE 、 BD 且 $AE = AB$.



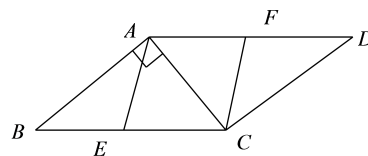
- (1) 求证： $\angle ABE = \angle EAD$.
 (2) 若 $\angle AEB = 2\angle ADB$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形 .

28. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，过点 A 作 $AE \parallel BD$ ，过点 D 作 $ED \parallel AC$ ，两线相交于点 E 。



- (1) 求证：四边形 $AODE$ 是菱形。
 (2) 连接 BE ，交 AC 于点 F ，若 $BE \perp ED$ 于点 E ，求 $\angle AOD$ 的度数。

29. 如图，已知 E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 BC ， AD 上的中点，且 $\angle BAC = 90^\circ$ 。



- (1) 求证：四边形 $AECF$ 是菱形。
 (2) 若 $\angle AEC = 60^\circ$ ， $AE = 10$ 。求菱形 $AECF$ 的面积。